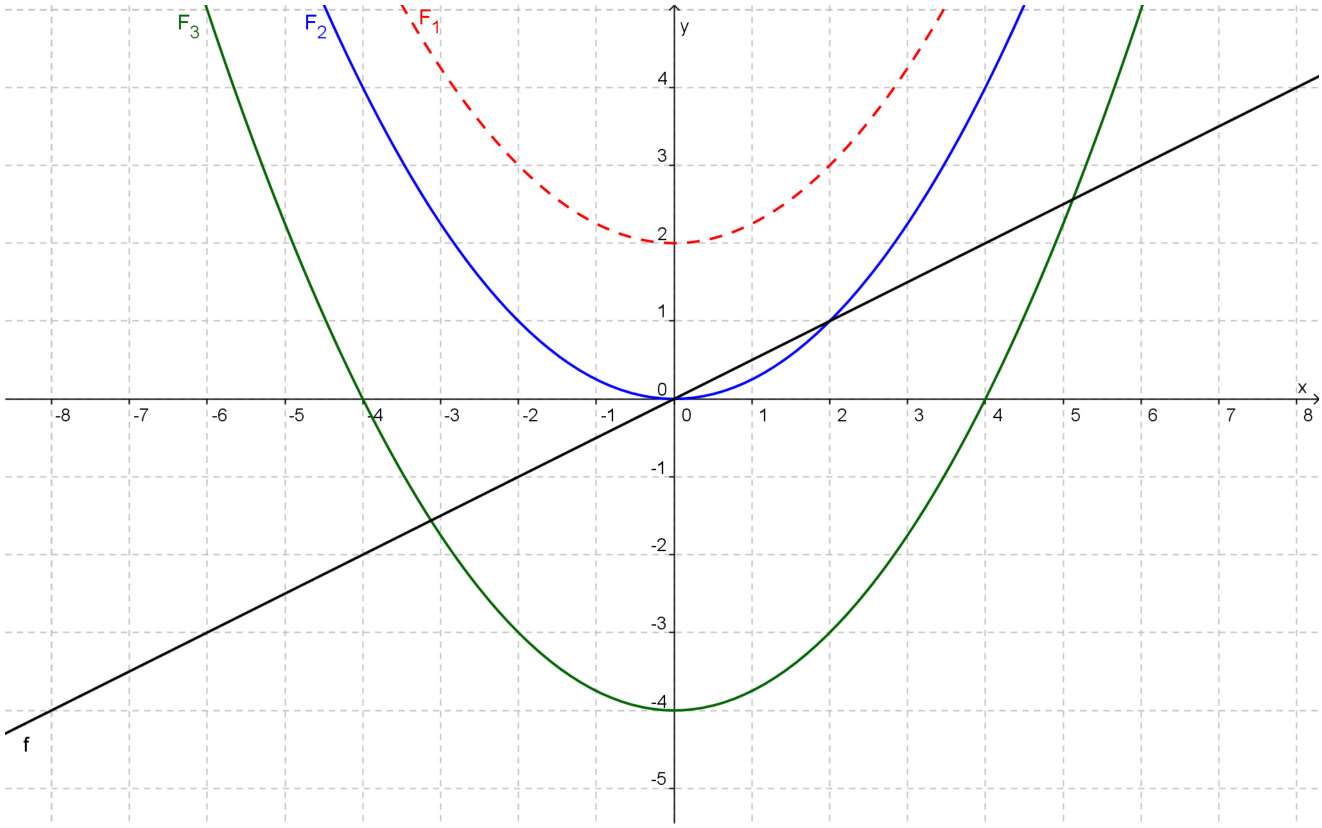
Integralfunktion und Stammfunktion



Abgebildet sind die Graphen von $f(x)=\frac{1}{2}x$, $F_1(x)=\frac{1}{4}x^2+2$, $F_2(x)=\frac{1}{4}x^2$ und $F_3(x)=\frac{1}{4}x^2-4$.

Alle drei Funktionen sind **Stammfunktionen** zu $f(x)$, da gilt: $F_1'(x)=F_2'(x)=F_3'(x)=f(x)$.

$F_1(x)$ kann aber **keine Integralfunktion** zu $f(x)$ sein, da sie keine Nullstelle aufweist.

$F_2(x)$ besitzt (genau) eine Nullstelle, ist also nicht nur Stammfunktion, sondern auch **Integralfunktion** zu $f(x)$. Da diese Nullstelle bei $x=0$ liegt, muss gelten:

$$F_2(x)=I_0(x)=\int_0^x f(t)dt$$

$F_3(x)$ besitzt zwei Nullstellen, ist also ebenfalls **Integralfunktion** zu $f(x)$. Durch die Nullstellen steht fest, dass

$$F_3(x)=I_{-4}(x)=\int_{-4}^x f(t)dt \quad \text{und} \quad F_3(x)=I_{+4}(x)=\int_{+4}^x f(t)dt$$

In diesem Fall ist die Stammfunktion $F_3(x)$ also sogar identisch mit zwei verschiedenen Integralfunktionen zu $f(x)$. Diese besitzen den gleichen Term, sind aber unterschiedlich definiert.

