

Warum die Methode der kleinen Schritte?

a) Freier Fall ohne Luftwiderstand

Die Beschleunigung $a = g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ ist konstant. Es gilt $\Delta v = a \cdot \Delta t$ und $\Delta h = \frac{1}{2} \cdot a(\Delta t)^2 + v \cdot \Delta t$.

- Analytische Berechnung mit $t = 3s$:

$$v(3s) = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 3s = 29,43 \frac{m}{s}$$

$$h(3s) = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 + 0 \frac{m}{s} \cdot 3s = 44,145 m$$

- Methode der kleinen Schritte mit $\Delta t = 0,5 s$ (gerundet auf 3 Dezimalstellen)

t in s	a in m/s ²	Δv in m/s	v in m/s	Δh in m	h in m
0	9,81	4,905	0	1,226	0
0,5	9,81	4,905	4,905	3,679	1,226
1	9,81	4,905	9,81	6,131	4,905
1,5	9,81	4,905	14,715	8,584	11,036
2	9,81	4,905	19,62	11,036	19,62
2,5	9,81	4,905	24,525	13,489	30,656
3			29,43		44,144

Die Werte stimmen bei beiden Berechnungen überein. Die Methode der kleinen Schritte bringt bei dieser Aufgabenstellung wegen der konstanten Beschleunigung keinen Vorteil.

b) Freier Fall mit Luftwiderstand

Die Beschleunigung ist nicht mehr konstant. Es gilt: $a = g - K \cdot v^2$. Dabei ist die Konstante K abhängig von Form, Dichte, Masse und Fläche. Beispiel: dicker Regentropfen: $K \approx 0,109 \frac{1}{m}$.

- Die analytische Berechnung ist **nicht möglich**, da a nicht konstant ist (damit hängt a von v ab, v aber auch von a). Unsere Formeln „versagen“ hier.
- Methode der kleinen Schritte (gerundet auf 3 Dezimalstellen)

t in s	a in m/s ²	Δv in m/s	v in m/s	Δh in m	h in m
0	9,810	4,905	0,000	1,226	0,000
0,5	7,180	3,59	4,905	3,35	1,226
1	1,921	0,961	8,495	4,488	4,576
1,5	0,036	0,961	9,456	4,732	9,064
2	0,001	0,018	9,474	4,737	13,796
2,5	0,000	0,001	9,473	4,737	18,533
3	0,000		9,473		23,270

Klarer Fall: Ohne die Methode der kleinen Schritte gäbe es überhaupt kein Ergebnis.