

Wiederholungsaufgaben zur Energieerhaltung

Allgemeiner Energieerhaltungssatz: Ohne Eingriff von außen ist die Gesamtenergie eines abgeschlossenen System zu jedem Zeitpunkt gleich.

$$E_{\text{vorher}} = E_{\text{nachher}}$$

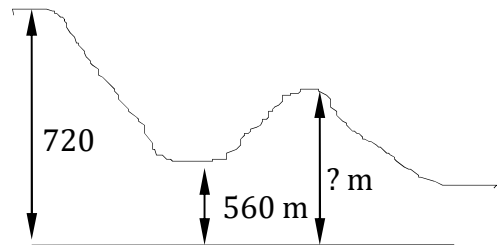
1 – Parken im Gebirge

Bei einem Auto ($m = 1300 \text{ kg}$) lösen sich auf dem Parkplatz einer Almhütte die Bremsen. Es beginnt einen Berg (Gefälle 6%) hinabzurollen. Nach 800 m erreicht es die Talsohle und fährt ab dort mit konstanter Geschwindigkeit weiter, bis es durch einen Heustadel abgebremst wird (während der Bewegung ist die Reibung zu vernachlässigen)!

- Welche Höhendifferenz hat das Fahrzeug insgesamt überwunden?
- Mit welcher Geschwindigkeit erreicht es die Talsohle?

2 – Skiabfahrt

Bei einer Skiabfahrt weist die Strecke das nebenstehende Profil auf. Wie hoch darf der zweite Hügel höchstens sein, damit der Rennfahrer ($m = 82 \text{ kg}$) auf dessen höchstem Punkt die Geschwindigkeit $v = 18 \text{ m/s}$ besitzt?



- Löse die Aufgabe ohne Berücksichtigung von Reibungsverlusten.
- Berücksichtige jetzt Energieverluste von 65 % (durch Reibung, Fahrstil usw.).

3 – Energie in verschiedenen Formen

- In einem Schloss hängt in 4,5 m Höhe ein Kronleuchter der Masse 125 kg. Berechne die Lageenergie dieser potentiellen Gefahr.
- Mit einem Spannhebel wird eine Armbrust für einen Schuss vorbereitet. Die Dehnung beträgt etwa 25 cm, die maximale Spannkraft etwa 1 kN. Berechne die Spannenergie.
- Das morgendliche Aufstehen ist mühsam: Im Körper gespeicherte Bioenergie muss in Lageenergie umgewandelt werden. Gehe von einer Höhendifferenz von 1 m und einer Masse von 50 kg aus. Berechne E_{pot} und vergleiche mit den anderen Werten dieser Aufgabe.

4 – Mutproben

- Du wagst den Sprung vom 10-m-Brett. Mit welcher Geschwindigkeit erreichst du das Wasser? Wenn du eine Masse benötigst, nimm deine eigene!
- In einigen Urlaubsländern gibt es Klippenspringen als Touristenattraktion. Berechne die Endgeschwindigkeit für 40 m Fallhöhe, wobei du die Luftreibung vernachlässigst. Kommentiere das Ergebnis.
- Für einen Crashtest sollen Schrottautos ($m = 1100 \text{ kg}$) aus verschiedenen Höhen fallen gelassen werden. Welche Höhe simuliert einen Crash mit 50 km/h?

Rechenergebnisse nach numerische Größe geordnet:

9,8 m – 47,9 m – 600 m – 704 m – 14 m/s – 101 km/h – 110 km/h – 125 J – 491 J – 5518 J

Wiederholungsaufgaben zur Energieerhaltung - Lösungen

1. a) $\tan \alpha = \frac{6}{100} \Rightarrow \alpha = 3,43^\circ; \sin \alpha = \frac{h}{800 \text{ m}} \Rightarrow h = 800 \text{ m} \cdot \sin 3,43^\circ = 47,9 \text{ m}$

b) $E_{\text{oben}} = E_{\text{unten}}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 47,9 \text{ m}} = 30,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. Wähle Nullpunkt bei 560 m Höhe ($\rightarrow h = 160 \text{ m}$)

a) $E_{\text{Hügel1}} = E_{\text{Hügel2}}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$h_2 = \frac{gh - \frac{1}{2}v_2^2}{g} = h - \frac{v_2^2}{2g} = 160 \text{ m} - \frac{\left(18 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 143,5 \text{ m}$$

$$\rightarrow 703,5 \text{ m ü. NN}$$

b) $0,35 \cdot E_{\text{Hügel1}} = E_{\text{Hügel2}}$

$$h_2 = \frac{0,35gh - \frac{1}{2}v_2^2}{g} = 0,35h - \frac{v_2^2}{2g} = 0,35 \cdot 160 \text{ m} - \frac{\left(18 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 39,5 \text{ m}$$

$$\rightarrow 599,5 \text{ m ü. NN}$$

3. a) $E = mgh = 135 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,5 \text{ m} = 5518 \text{ J}$

b) $D = \frac{F}{s} = \frac{1000 \text{ N}}{0,25 \text{ m}} = 4000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$$E = \frac{1}{2}Ds^2 = \frac{1}{2} \cdot 4000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,25 \text{ m})^2 = 125 \text{ J}$$

c) $E = mgh = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = 490,5 \text{ J}$

4. a) $E_{\text{oben}} = E_{\text{unten}}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) $v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 40 \text{ m}} = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 101 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Für ungeübte Springer kann ein solcher Sprung lebensgefährlich sein!

c) $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(13,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9,8 \text{ m}$$